https://doi.org/10.36719/2663-4619/109/150-155

Sima Paşayeva
H. Əliyev adına Hərbi İnstitut
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
sima.pasayeva@gmail.com
Səltənət Veysova
H. Əliyev adına Hərbi İnstitut
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
seltenet.veysova63@gmail.com

Adi diferensial tənliklərin məxsusi həllinin varlığı

Xülasə

Məqalədə törəməyə nəzərən həll olunmuş və törəməyə nəzərən həll olunmamış diferensial tənlikərin məxsusi həllinin varlığı, verilmiş intervalda həllin yeganəliyi və davamlılığı araşdırılmışdır. Törəməyə nəzərən həll olunmamış diferensial tənliyin həllinin varlığı və yeganəliyi teoreminin isbatı bu məqalədə qeyri-aşkar funksiyanın varlığı haqqında teoremdən istifadə edərək fərqli yanaşma ilə verilmişdir. Diferensial tənliyin lokal həllinin varlığı və yeganəliyinin araş-dırılması ilə yanaşı qlobal həllinin varlığı və verilmiş intervalda bu həlli intervalın sərhəddindən kənarda davamlılığı da tədqiq olunmuşdur.

Göstərilmişdir ki, verilmiş oblastında davam edilməyən həll yalnız müəyyən intervalda təyin oluna bilər ki, bu da həllin varlığının maksimal intervalıdır.

Açar sözlər: *həllin davamlılığı, həllin varlığı və yeganəliyi, Lipşits şərti, yeganəlik nöqtəsi, məxsusi həll, diskriminant əyriləri*

Sima Pashayeva
Military Institute named after H. Aliyev
Candidate of Physical and Mathematical Sciences
sima.pasayeva@gmail.com
Saltanat Veysova
Military Institute named after H. Aliyev
Candidate of Physical and Mathematical Sciences
seltenet.veysova63@gmail.com

Existence of Special Solutions to Ordinary Differential Equations

Abstract

The existence of singular solutions, the uniqueness and continuability of a solution on a given interval of a differential equation, resolved and unresolved with respect to the derivative investigate in this article. The proof of the existence and uniqueness of a solution to an unresolved differential equation with respect to the derivative is given with a different approach− using the existence theorem of implicit function. In addition to researched the existence and uniqueness of a local solution to a differential equation, the existence of a global solution and the continuability of this solution beyond the boundary of the segment were also studied.

It is shown that a non-continuable solution in a given region can be determined only on a certain interval, which is the maximum interval of existence of the solution.

Keywords: *continuability of the solution, existence and uniqueness of the solution, Lipschitz condition, singular point, particular solution, discriminant curves*

 Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Giriş

Diferensial tənliklər nəzəriyyəsində həllin yeganəliyi ciddi bir anlayışdır. Bu anlayışa görə göstərmək olar ki, verilmiş nöqtədən yalnız bir inteqral əyrisi keçir, lakin sonradan həll "budaqlanaraq" davam edir. Buradan belə bir sual meydana çıxır. Elə bir həll varmı ki, mövcud şərtlər daxilində yeganəliyi təsdiq etsin? Yəni tənliyin həllini oblastın hansı sərhəddinə qədər davam etdirmək olar ki, bu həll yeganəliyini saxlaya bilsin? Bütün bu sualların cavabını həllin varlığı və yeganəliyi teoremi verir ki, bu teoremin təribatına $y' = f(x, y)$ tənliyinin sağ tərəfindəki $f(x, y)$ funksiyasına qoyulmuş şərtlərdən asılı olaraq müxtəlif yanaşma tərzi vardır (Egorov, 2005).

Məqalədə törəməyə nəzərən həll olunmuş və törəməyə nəzərən həll olunmamış diferensial tənliklərin məxsusi həllinin varlığı, verilmiş intervalda həllin yeganəliyi və davamlılığı araşdırılmışdır.

Məsələnin qoyuluşu və tədqiqatı

I. Törəməyə nəzərən həll olunmuş birinci tərtib diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi araşdırılarkən fərz edilir ki, inteqral əyrilər ailəsindən biri (x_0, y_0) nöqtəsindən keçir və

$$y' = f(x, y) \tag{1}$$

tənliyinin

$$y(x_0) = y_0 \tag{2}$$

başlanğıc şərtini ödəyir. Burada bir sual meydana çıxır. Həndəsi olaraq verilmiş nöqtədən yalnız bir inteqral əyrisimi keçir və yaxud elə bir tənlik varmı ki, onun (x_0, y_0) nöqtəsindən bir deyil, bir neçə inteqral əyrisi keçsin? Bu suala cavab vermək üçün əvvəlcə verilmiş tənliyin bir neçə həllinin olması məsələsini araşdıraq.

Həllin varlığı və yeganəliyi teoreminin düzgün tərtibatı (ifadəsi) yeganəlik nöqtəsi anlayışı haqqında ciddi biliklərə əsaslanır (Ipatova, Pirkova, Sedov, 2012). (x_0, y_0) nöqtəsinin $y = \varphi(x)$ həllinin yeganəlik nöqtəsi olması bu nöqtədən keçən əyri ilə onun hər hansı bir yaxın ətrafında üst-üstə düşməyən digər həllin olmaması ilə izah olunur. Digər nöqtələr isə yeganəlik nöqtələri deyildir. Verilmiş tənliyin həlli olub (x_0, y_0) yeganəlik nöqtəsinin heç bir yaxın ətrafında digər həll ilə üst-üstə düşməyən həllin qrafikinin keçdiyi nöqtə qeyri-yeganəlik nöqtəsidir. Bu şərtləri ödəyən həll tənliyin məxsusi həlldir ki, əyrilər ailəsinə daxil deyil. Əyrilər ailəsinə daxil olmayan həll məxsusi olmaya da bilər.

Koşi məsələsinin həllin varlığı və yeganəliyi teoremi bu suallara tam olaraq cavab verir ki, bu da iki hissədən ibarətdir. Birinci hissədə həllin varlığı, ikinci hissədə isə yeganəliyini əks etdirir. Burada $f(x, y)$ funksiyası üçün müxtəlif fərziyyələr irəli sürülür və teoremin isbatında əvvəlcə bu funksiya üçün elə bir ümumi şərtlərdən istifadə olunur ki, bunlar həm həllin varlığı, həm də yeganəliyi üçün daha güclü şərtlərdir (Astashova, 2012).

Teorem 1 (həllin varlığı və yeganəliyi haqqında). Fərz edək ki, (1) tənliyinin sağ tərəfindəki ikidəyişənli $f(x, y)$ funksiyası; 1) mərkəzi (x_0, y_0) nöqtəsində olan

$$\Pi = \left\{ (x, y);\ |x - x_0| \le a, |y - y_0| \le b \right\}$$

düzbucaqlısında təyin olunmuşdur və kəsilməzdir. 2) $f(x, y)$ funksiyası y-ə Lipşits şərtini ödəyir. Onda (1), (2) məsələsinin (x_0, y_0) nöqtəsinin $U_h(x_0) = (x_0 - h, x_0 + h)$ ətrafında həlli var və bu həll yeganədir. Burada $h = \min\left(a, \frac{b}{M}\right)$, $M = \max\limits_{(x,y)\in\Pi} |f(x, y)|$ yəni Π düzbucaqlısı qapalıdır, verilmiş funksiya bu buzbucaqlıda kəsilməzdir və özünün maksimum qiymətini alır.

Ümumiyyətlə, C^1 sinifinə daxil olan funksiyalar Lipşits şərtini ödəyir. Yəni $\exists L > 0$ Lipşitş sabiti var ki, $\forall (x, y_1)$, $(x, y_2) \in \Pi$ üçün $|f(x, y_1) - f(x, y_2)| < L|y_1 - y_2|$ şərti ödənirsə, onda

$f \in Lip_y(\Pi)$. Lakin bu şərt funksiyanın kəsilməzliyi və diferensiallanması şərtlərinə nəzərən də zəif şərtdir.

Beləliklə, həllin varlığı və yeganəliyinin (x_0, y_0) nöqtəsinin yalnız hər hansı bir ətrafında mümkünlüyünə baxılır. Bu (x_0, y_0) nöqtəsinin elə bir ətrafıdır ki, onu $(x_0 - a, x_0 + a)$ intervalının sərhəddinə qədər böyütmək olar. Fakt ondan ibarətdir ki, ya tənliyin həllini Π düzbucaqlısının sərhəddinə qədər davam etdirmək olar və ya qapalı $(x_0 - h, x_0 + h)$ intervalında onun varlığı və yeganəliyini isbat etmək olar (Vlasenko, 2000, pp. 937-948). Həllin var olduğu Π düzbucaqlısının sərhəddi böyük ola bilər, lakin teorem lokal xarakter daşıdığından o, həllin varlığı və yeganəliyinin yalnız başlanğıc nöqtənin yaxın ətrafında olduğunu göstərə bilir. Deməli, teorem həllin varlığı və yeganəliyi üçün yalnız kafi şərti xarakterizə edir. Ona görə də məsələnin bu formada qoyuluşunda bir cox nüansları qeyd etmək olar.

1. Həllin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem lokal xarakter daşıyır. Yəni teorem tənliyin həllinin varlığı və yeganəliyinə yalnız başlanğıc nöqtənin yaxın ətrafında zəmanət verə bilir (Rutkas, 2003, pp. 125-139).
2. Teorem həllin varlığı və yeganəliyi üçün yalnız kafi şərti xarakterizə edə bilir.
3. Həllin varlığı üçün teoremin yalnız 1) şərtinin ödənilməsi kifayətdir. Əgər 1) şərti ödənmirsə, onda Koşi məsələsinin həlli olmaya bilər.
4. Əgər $f(x, y)$ funksiyası y-ə nəzərən C^1 sinifinə daxildirsə (funksiya y-ə nəzərən kəsilməz və diferensiallanandır) və bu funksiyanın törəməsi məhduddursa, onda 2) şərti ödənir.

Laqranj teoreminə əsasən, həllin varlığı və yeganəliyi üçün məhdudluq faktı kifayətdir ki, kafilik şərti ödənsin. Onda $\forall(x, y_1), (x, y_2)$ üçün Laqranj teoreminə əsasən,

$$| f(x, y_1) - f(x, y_2)| = |f'(x, y)||y_1 - y_2| \le \max_{\Pi}|f'(x, y_2)||y_1 - y_2|$$

yazmaq olar. Burada $\max_{\Pi}|f'(x, y_2)| = L$ Lipşits sabitidir. $f(x, y)$ funksiyasının C^1 sinifinə daxil olması faktından Laqranj teoreminə əsasən onun Lipşits şərtini ödəməsi alınır.

Həllin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem lokal xarakter daşıdığından onun qlobal həllinin varlığından danışmaq olmaz. Qlobal həllinin varlığını həllin davamlılığı haqqında teorem vasitəsilə isbat etmək olar. Əsas fakt ondan ibarətdir ki, həllin varlığı və yeganəliyi üçün yalnız kafi şərtə zəmanət vermək olar. Tənliyin sağ tərəfindəki $f(x, y)$ funksiyasının C^1 sinifinə daxil olması bütün ədəd oxunda onu həllinin olmasına zəmanət vermir (Elsholts, 1991).

II. Həllin varlığı və yeganəliyi teoremini törəməyə nəzərən həll olunmamış

$$F(x, y, y') = 0 \qquad (3)$$

tənliyi üçün formalaşdıraq. Bu tənlik üçün Koşi məsələsinə baxaq. Yəni (3) tənliyinin

$$\begin{cases} y(x_0) = y_0 \\ y'(x_0) = y_1 \end{cases} \qquad (4)$$

şərtlərini ödəyən həlli tapaq.

Teorem 2. Tutaq ki,

$$F \in C^1(D),\ D \subset R^3,\ (x_0, y_0, y_1) \in D \text{ və } F(x_0, y_0, y_1) = 0,\ F_{y'}(x_0, y_0, y_1) \ne 0.$$

şərtləri ödənir. Onda x_0 nöqtəsinin $[x_0 - h, x_0 + h]$ ətrafında (3), (4) məsələsinin $y = y(x)$ həlli var və bu həll yeganədir.

Teoremin şərtinə əsasən, əgər $F_{y'}(x_0, y_0, y_1) \ne 0$ sərti lokal olaraq həllin varlığı və yeganəliyinə zəmanət verirsə, onda məxsusi həll bu şərt pozulduqda alınır. Deməli, $F_{y'}(x_0, y_0, y_1) \ne 0$ şərti ödənməzsə, onda (x_0, y_0) nöqtəsi həllin yeganəliyin pözulduğu xəttin üzərində yerləşir.

Törəməyə nəzərən həll olunmamış tənliklər üçün yeganəliyin pozulduğu nöqtə elə bir nöqtədir ki, bu nöqtədən heç olmasa iki inteqral əyrisi keçir və onun heç bir ətrafında bir-birinə toxunmurlar (Matveyev, 2010). Bu əyrilərin bir-biri ilə toxunmaması (4) şərtləri ilə müəyyən olunur. Burada artıq məxsusi həllər ailəsini qurmaq üçün diskriminant əyrilərini müəyyən etmək lazımdır. Diskriminat əyriləri

$$\begin{cases} F(x,y,y')=0 \\ F'_{y'}(x,y,y')=0 \end{cases}$$

sistemindən müəyyən olunan əyrilərdir. Yəni bu sistemi y' nəzərən həll edərək diskriminant əyrilərini tapmaq olar. Bu sistemin bütün həlləri məxsusi həll deyildir. $F'_{y'}(x,y,y')=0$ olduqda yeganəlik şərdi pozulur, bu isə o demıkdir ki, törəmənin sıfıra bərabər olduğu nöqtələrdə həllin varlığı və yeganəliyi teoreminin şərtləri ödənilmir (Bufetov, Goncharuk, Ilyashenko, 2019). Lakin həllin varlığı və yeganəliyi teoremi yalnız kafi şərt olduğundan bu nöqtələrdə yeganəlik şərdi pozulmaya da bilər. $F_{y'}(x_0,y_0,y_1)\neq 0$ şərti ödəndikdə (x_0,y_0,y_1) nöqtəsinin hər hansı bir ətrafında yeganəlik şərtinin pozulmamasına zəmanət verilə bilir. Deməli, diskriminant əyriləri bu məxsusi həllərin tapılmasına imkan yaradır. Diskriminant əyriləri arasında isə məxsusi və digər həlləri tapılır.

Müxtəlif ədəbiyyatlarda törəməyə nəzərən həll olunmamış diferensial tənliyin həllinin varlığı və yeganəliyi teoreminin müxtəlif isbat metodları vardır (Petrovskiy, 2009). Bu məqalədə teoremin isbatı qeyri-aşkar funksiyanın varlığı haqqında teoremdən istifadə olunaraq verilmişdir.

Teorem 2-nin isbatı: Qeyri-aşkar funksiyanın varlığı haqqında teoremə əsasən (x_0,y_0,y_1) nöqtəsinin $U(x_0,y_0,y_1)$ ətrafı və bu ətrafda elə yeganə $f(x,y)$ funksiyası var ki, $\forall(x_0,y_0,\upsilon)\in U$ üçün $F(x,y,f(x,y))=0$ şərti ödənsin. Burada $f(x,y)$ funksiyası ikiölçülü oblastda təyin olunmuşdur, onun qiymətləri R oblastına aiddir və ikiölçülü oblastı ədəd oxuna çevirir. $y_1=f(x_0,y_0)$ funksiyası verilmiş nöqtənin $U(x_0,y_0,y_1)$ ətrafında yeganədir, *x,y* dəyişəninin təyin olunduğu oblastda $f\in C^1$ və $U(x_0,y_0,y_1)$ ətrafında $\upsilon=f(x,y)$ funksiyasından başqa elə υ funksiyası yoxdur ki, $F(x,y,\upsilon)=0$ bərabərliyi ödənilsin. Beləliklə, məsələnin şərti daxilində

$$\begin{cases} y'=f(x,y) \\ y(x_0)=y_0 \end{cases} \qquad (5)$$

kimi standart Koşi məsələsi alınır ki, bu da təbuu olaraq əvvəldə qoyulmuş $y'(x_0)=y_1$ şərti ilə uzlaşır. Həllin varlığı və yeganəliyi teoreminə əsasən elə $[x_0-h,x_0+h]$ parçası var ki, (5) məsələsinin həlli var, yeganədir və qeyri-aşkar funksiyanın varlığı haqqında teoremə əsasən $y'(x_0)=y_1$ şərtini ödəyir (Pontryagin, 1986).

Teorem 2 isbat olundu. Teoremin isbatından görünür ki, törəməyə nəzərən həll olunmuş və həll olunmamış diferensial tənliyin həllinin yalnız lokal varlığı və yeganəliyi müəyyən oluna bilir (Eqorov, 2005). Bu halda Koşi məsələsinin qlobal həllinin varlığı haqqında nə demək olar? Verilmiş intervalda yeganə lokal həlli bu intervalın sərhəddindən kənarda nə qədər davam etdirmək olar?

Bir çox tədqiqatçılar tərəfindən göstərilmişdir ki, əgər (1) tənliyinin sağ tərəfi D oblastında təyin olunmuşdursa və kəsilməzdirsə, onda bu tənliyin qapalı və ya yarımaçıq intervalda ixtiyari həlli sağa və sola davam edilə biləndir. Lakin tənliyin sağa və sola davam edə bilməyən həlli də vardır (Blandin, 2013).

Tutaq ki, (1)-(2) Koşi məsələsinin həlli olan $\varphi(x)$ funksiyası D oblastının (α,β) intervalında təyin olunmuşdur və bu funksiyanın qrafiki hər hansı bir $\overline{D}_0\subset D$ məhdud oblastında yerləşir və $x\in(\alpha,\beta)$ üçün $m\leq f(x,y)\leq M$ bərabərsizliyi ödənir. Göstərək ki, $\varphi(x)$ davam edilməyən həlli üçün $\lim\limits_{x\to\beta-0}\varphi(x)$ limiti vardır (Pantryaqin, 1986).

$f(x,y)$ funksiyası məhdud D oblastında kəsilməzdir, aşağıdan və yuxarıdan məhdudur, yəni G oblastından götürülmüş $\exists m,M$ ədədləri var ki, $m\leq f(x,y)\leq M$ bərabərsiliyi ödənsin. Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi teoreminə əsasən interval olaraq uzunluğu $(x_0, y_0) \in D$ nöqtəsinin seçilməsindən asılı olan $[x_0 - h, x_0 + h]$ Peano parçası götürülmüşdür, burada $h = \min\left(a, \dfrac{b}{M}\right)$, $M = \max\limits_{(x,y)\in R} |f(x,y)|$. R ilə düzbucaqlı oblast işarə olunmuşdur:

$$R = \{(x, y) : |x - x_0| \le a,\ |y - y_0| \le b, \overline{R} \subset D\}$$

a və b ədədləri elə seçilmişdir ki, qapalı $\overline{R}$ düzbucaqlısı D oblastına daxil olsun. D oblastında $\forall(x_0, y_0) \in G$ nöqtəsi götürək. Həllin varlığı və yeganəliyi haqqında lokal teoremina əsasən $\exists h_0$ ədədi var ki, $(x_0 - h_0, x_0 + h_0)$ intervalında Koşi məsələsinin həlli var və bu həll yeganədir $h_0 = \dfrac{r_0}{\sqrt{M^2 + 1}}$ götürək, burada $r_0 = \rho((x_0, y_0), \partial D), M = \max\limits_{G} |f(x,y)|$. Sonra x_1 nöqtəsini elə götürək ki, $x_0 < x_1 < x_0 + h_0$ ödənsin. Bu halda həllin varlığı və yeganəliyi haqqındakı lokal teoremə əsasən $(x_1 - h_1, x_1 + h_1)$ intervalında Koşi məsələsinin x_1 nöqtəsindən keçən həlli var və bu həll yeganədir (Astashova, Nikishin, 2010). Burada

$$h_1 = \frac{r_1}{\sqrt{M^2 + 1}},\ r_1 = \rho((x_1, \varphi(x_1)), \partial D)$$

və belə ki, hər iki həll ümumi bir təyin oblastına malikdir. Yenidən götürülmüş $x_2 = x_1 + \theta h_1$, $0 < \theta < 1$ nöqtəsindən keçən və $[x_2 - h_2, x_2 + h_2]$ intervalında təyin olunan həlli var, belə ki,

$$h_2 = \frac{r_2}{\sqrt{M^2 + 1}},\ r_2 = \rho((x_2, \varphi(x_2)), \partial D)$$

Beləliklə,

$$h_k = \frac{r_k}{\sqrt{M^2 + 1}},\ r_k = \rho((x_k, \varphi(x_k)), \partial D)$$

olduqda $x_{k+1} = x_k + h_k$ nöqtələr ardıcıllığı qurulur. D oblastı məhdud olduğundan x_k nöqtələri də məhduddur, monoton artır və deməli, $\lim\limits_{k\to\infty} x_k = \beta$. Bu halda Koşi məsələsinin həlli hər bir $[x_k, x_{k+1}]$ parçasında və eləcə də onların $\bigcup [x_k, x_{k+1}] = [x_0, b)$ birləşməsində davam edilə biləndir (Belyayev, 2009). $f(x,y)$ məhdud funksiya olduğundan və $|y'| = |f(x,y)|$, onda $\varphi(x)$ Lipşits şərtini ödəyir, belə ki, $L = \max\limits_{D} |y'| = \underset{D}{f}(x,y) = M$ Lipşits əmsalıdır. Beləliklə, $\varphi(x_n + h_n)$ ardıcıllığına yığılanlıq haqqında Koşi kriteriyasını tətbiq edək $\lim\limits_{x\to\beta-0} \varphi(x) = \varphi^*$. Onda $\varphi(x)$ funksiyası $[x_0, b]$ parçasında kəsilməzdir və $p_k((x_k, \varphi(x_k)) \to p^*((\beta, \varphi(\beta))$. Buradan $k \to \infty$ olduqda

$$x_{k+1} = x_k + h_1 + h_2 + \cdots + h_k \to \beta$$

olarsa onda $\sum h_k$ sırası yığılandır və deməli, $r_k \to \infty$ olarsa, $h_k \to 0, k \to \infty$. Əgər fərz etsək ki, p^* nöqtəsi D oblastının sərhəddinə daxil deyilsə, yəni $p^* \notin D$ olarsa, onda $\forall \varepsilon > 0$ üçün $\rho(p^*, \partial D) > 2\varepsilon$ ödənir. Lakin $p^* = \lim\limits_{k\to\infty} p_k$ olduğundan, $\exists N > 0, \forall n > N p_k \in \bigcup_\varepsilon (p^*)$. Bu isə məsələnin şərtinə ziddir (Petrovskiy, 2009).

Məlum teoremə əsasən əgər $f(x,y)$ funksiyası D oblastında Koşi məsələsinin şərtlərini ödəyirsə, $\varphi(x)$ funksiyası isə $[x_0, \beta)$ aralığında təyin olunmuşdursa və $(\beta, B) \in D$ nöqtəsində $\lim\limits_{\xi\to b-0} \varphi(x) = B$ limilti varsa, onda $\varphi(x)$ həlli sağ tərəfə davam edilən həlldir. $\varphi(x)$ həlli D oblastının $[x_0, \beta]$ parçasında təyin olunmuşdursa, onda bu həll sağa və sola davam ediləndir (Elsholts, 1991).

Buradan alınır ki, D oblastında davam edilməyən həll yalnız müəyyən (α,β) intervalda təyin oluna bilər ki, bu da həllin varlığının maksimal intervalıdır. Bu halda $\varphi(x)$ həlli $x\to\alpha$ və $x\to\beta$ olduqda D oblastının sərhəddinə yaxınlaşır, yəni $(x,\varphi(x))$ nöqtəsi D-yə daxil olan ixtiyari D_0 qapalı məhdud oblastını tərk edir. Doğrudan da $x\to\beta$ olduqda $(x,\varphi(x))$ nöqtəsi ilə D oblastının ∂D sərhəddi arasındakı məsafə sıfıra yaxınlaşır. Yəni $dist((x,\varphi(x)),\partial D)=0$.

Nəticə

Törəməyə nəzərən həll olunmamış tənliklər üçün yeganəliyin pozulduğu nöqtədən keçən inteaqral əyrilərinin bu nöqtənin heç bir ətrafında bir-biri ilə toxunmaması məxsusi həllər ailəsini qurmaq üçün diskriminant əyrilərini müəyyən etməyə zəmin yaradır. Diferensial tənliklərin məxsusi həllinin varlığı, diskriminant əyriləri vasitəsilə məxsusi və digər həllərin tapılması, törəmənin sıfıra bərabər olduğu nöqtələrdə həllin varlığı və yeganəliyi teoreminin şərtlərinin pozulması faktının izahı müxtəlif nəzəri isbat metodlarına əsaslanır. Birinci tərtib diferensial tənliyin həllinin lokal varlığı və yeganəliyi müəyyən olunmaqla yanaşı bu yeganə həllinin oblastın yalnız sərhəddinə qədər davamlılığına və ya maksimal intervalda həllinin davam edilməyən olmasına dəlalət edir.

Ədəbiyyat

1. Astashova, I. V., & Nikishin, V. A. (2010). *Praktikum po kursu “Differensialnie uravneniya”.* MESI.
2. Astashova, I. V. (2012). *Differensialniye uravneniya.* Nauka.
3. Blandin, A. S. (2013). O razreshimosti na osi nekotorikh klassov differensialno-raznostnikh uravneniy. *Vestnik Tambovskogo Universiteta. Seriya: Estestvennie i tekhnicheskie nauki*, 18(5-2), 2449-2451.
4. Bufetov, A. I., Goncharuk, N. B., & Ilyashenko, Y. S. (2019). *Obyknovennye differensialnye uravneniya.*
5. Belyayev, S. A. (2009). Pochti prodolzhaemost resheniy differensialnikh uravneniy. *Matematicheskie zametki*, 85(1), 3-10.
6. Elsholts, L. E. (1991). *Differensialne uravneniye i variasionnie ischisleniya*. Nauka.
7. Egorov, A. I. (2005). *Obiknovennie differensialnie uravneniya s prilozheniyami*.
8. Ipatovsha, V. M., Pirkova, O. A., & Sedov, V. N. (2012). *Differensialniye uravneniya*. MFTI.
9. Matveyev, N. M. (2010). *Metody integrirovaniya differensialnykh uravneniy*.
10. Petrovskiy, I. Q. (2009). *Leksii po teorii obyknovennykh differensialnykh uravneniy*. Nauka.
11. Pontryagin, L. S. (1986). *Obiknovennie differensialnie uravneniya*. Nauka.
12. Rutkas, A. G., & Vlasenko, L. A. (2003). Existence, uniqueness and continuous dependence for implicit semi-linear functional differential equations. *Nonlinear Analysis. TMA*, 55(1-2), 125-139.
13. Vlasenko, L. (2000). Implicit Linear Time-dependent Differential-difference Equations and Applications. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 23, 937-948.

Daxil oldu: 13.08.2024
Baxışa göndərildi: 06.10.2024
Təsdiq edildi: 01.12.2024
Çap olundu: 20.12.2024